



gèmes Journées d'Étude en Rayonnement Thermique
26-27 Novembre 2015, ISAE-ENSMA, Poitiers



Construction de modèles radiatifs approchés pour l'étude de configurations à épaisseur optique intermédiaire et fonction de phase fortement anisotrope

Jérémi Dauchet^a, Stéphane Blanco^b, Jean-François Cornet^a, Mouna El Hafi^c,
Richard Fournier^b, Matthieu Roudet^a

a : Institut Pascal - UMR 6602, Clermont-Ferrand

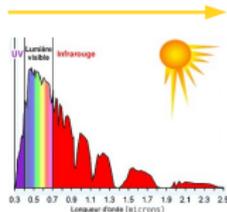
b : LAPLACE - UMR 5213, Toulouse

c : RAPSODEE - UMR 5302, Albi

Ingénierie de la photosynthèse

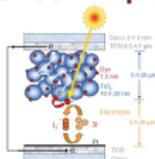


Rayonnement
solaire incident

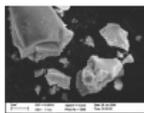


Génie des systèmes photoréactifs

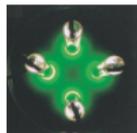
Cellules photoélectrochimiques



Photoreacteurs



Photobioreacteurs



Photosynthèse
artificielle

Hydrogène,
syngas, méthanol

Photosynthèse
naturelle

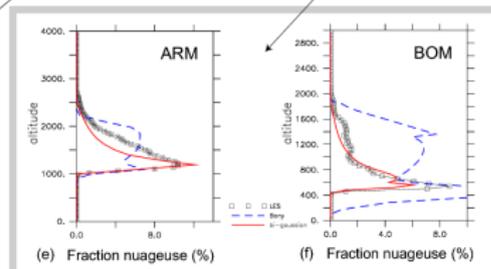
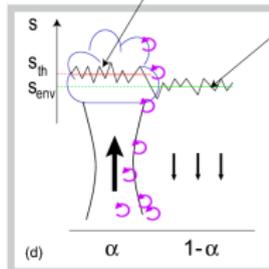
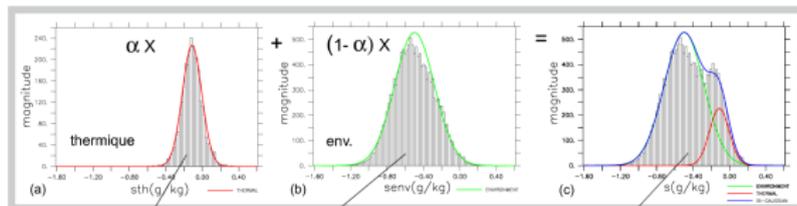
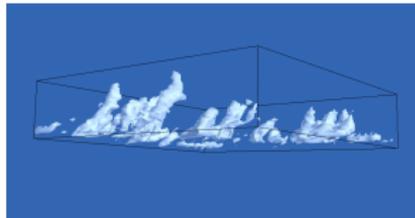
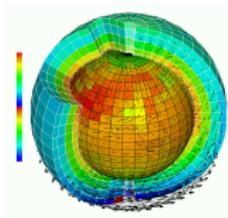
Biomasse convertie
au sein de
bio-raffineries

biocarburants,
intermédiaires
chimiques, etc

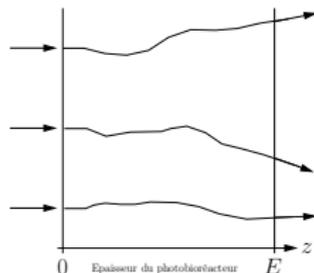


Procédés limités par le transfert de rayonnement

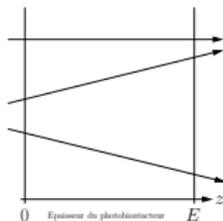
Paramétrisation dans les GCM



Configurations radiatives adressées



- Régime stationnaire pour le transfert.
- Fonction de phase fortement anisotrope, orientée vers l'avant.
- Sources aux limites, souvent collimatées.
- Sensibilité des observables, à la fois aux conditions d'incidence et à la diffusion.



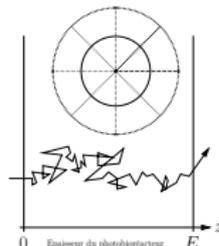
Mince

$e_d^* \ll 1$

Intermédiaire

Epais

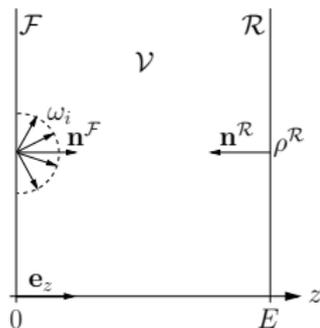
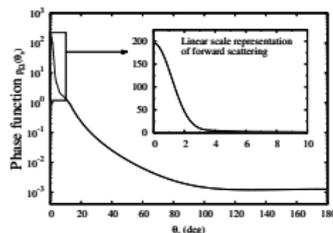
$e_d^* \gg 1$



Plan de la présentation

- 1 Introduction
 - Contexte
 - Configurations radiatives adressées
- 2 Problème de transport équivalent
- 3 Approximation de la diffusion simple
- 4 Approximation P1
 - Résolution directe
 - Séparation des populations balistiques et diffuses
- 5 Conclusion

Cas d'étude



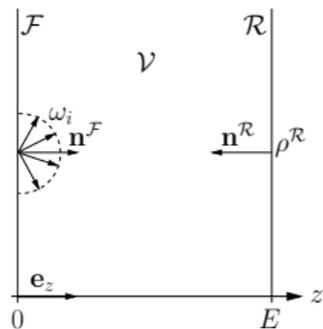
- Milieu homogène d'épaisseur $E = 4\text{cm}$
- Pas d'émission dans le volume
- Propriété radiatives de *C. reinhardtii* (gris équivalent) :
 - $\sigma_a = 145\text{m}^2/\text{kg}_x$, $\sigma_d = 922\text{m}^2/\text{kg}_x$,
 - fonction de phase tabulée angulairement
- Densité surfacique de flux incident $q_{\uparrow} = 500\ \mu\text{mol}_{h\nu}/\text{m}^2/\text{s}$
- Concentration optimale $C_x = 0.55\text{kg}_x/\text{m}^3$

→ Solution de référence par la méthode de Monte Carlo

Caractérisation du régime de diffusion

- Épaisseur optique de diffusion $e_d = E\sigma_d C_x \simeq 20$
- Albedo de diffusion simple $\alpha_s = \frac{\sigma_s}{\sigma_{ext}} \simeq 0.86$
- Paramètre d'asymétrie de la fonction de phase $g \simeq 0.95$

- Épaisseur optique de transport $e_d^* = e_d(1 - g) \simeq 1.1$
- Albedo de transport $\alpha_s^* = \alpha_s^* \frac{1-g}{1-\alpha_s g} \simeq 0.25$



Plan de la présentation

- 1 Introduction
 - Contexte
 - Configurations radiatives adressées
- 2 Problème de transport équivalent
- 3 Approximation de la diffusion simple
- 4 Approximation P1
 - Résolution directe
 - Séparation des populations balistiques et diffuses
- 5 Conclusion

Développement de l'ETR en ordre de diffusion

$$I(z, \omega) = I^{(0)}(z, \omega) + I^{(1)}(z, \omega) + I^{(2)}(z, \omega) + I^{(3)}(z, \omega) + \dots$$

Balistiques :

$$\omega \cdot \mathbf{grad} I^{(0)}(z, \omega) = -k_{\text{ext}} I^{(0)}(z, \omega)$$

Solution triviale : atténuation exponentielle de Beer

Une diffusion :

$$\omega \cdot \mathbf{grad} I^{(1)}(z, \omega) = -k_{\text{ext}} I^{(1)}(z, \omega) + k_d \int_{4\pi} d\omega' I^{(0)}(z, \omega') p_{\Omega}(\omega|\omega')$$

...

j diffusions :

$$\omega \cdot \mathbf{grad} I^{(j)}(z, \omega) = -k_{\text{ext}} I^{(j)}(z, \omega) + k_d \int_{4\pi} d\omega' I^{(j-1)}(z, \omega') p_{\Omega}(\omega|\omega')$$

A. Ishimaru, Wave Propagation and Scattering in Random Media, John Wiley & Sons, 1999

Approximation de la diffusion simple

$$I(z, \omega) \simeq I^{(0)}(z, \omega) + I^{(1)}(z, \omega)$$

Balistiques :

$$\omega \cdot \mathbf{grad} I^{(0)}(z, \omega) = -k_{\text{ext}} I^{(0)}(z, \omega)$$

Solution triviale : atténuation exponentielle de Beer

Une diffusion :

$$\omega \cdot \mathbf{grad} I^{(1)}(z, \omega) = -k_{\text{ext}} I^{(1)}(z, \omega) + k_d \int_{4\pi} d\omega' I^{(0)}(z, \omega') p_{\Omega}(\omega|\omega')$$

A. Ishimaru, Wave Propagation and Scattering in Random Media, John Wiley & Sons, 1999

Mise en œuvre dans le problème de transport équivalent

$$I(z, \omega) \simeq I^{(0)}(z, \omega) + I^{(1)}(z, \omega)$$

Balistiques : cas des incidences collimatées

$$I^{(0)}(z, \omega) = q_{\Omega} / \mu_i \exp(-k_{\text{ext}}^* z / \mu_i) \delta(\omega - \omega_i)$$

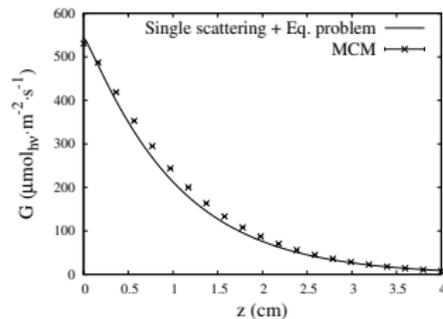
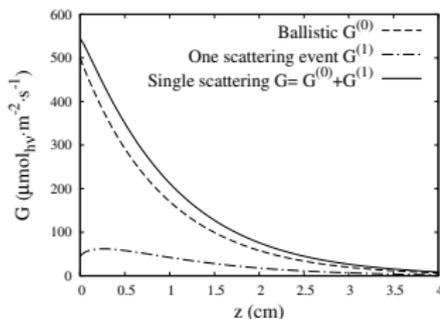
Une diffusion : fonction de phase isotrope $p_{\Omega}(\omega|\omega') = \frac{1}{4\pi}$

$$\omega \cdot \text{grad} I^{(1)}(z, \omega) = -k_{\text{ext}}^* I^{(1)}(z, \omega) + k_d^* \int_{4\pi} d\omega' I^{(0)}(z, \omega') \frac{1}{4\pi}$$

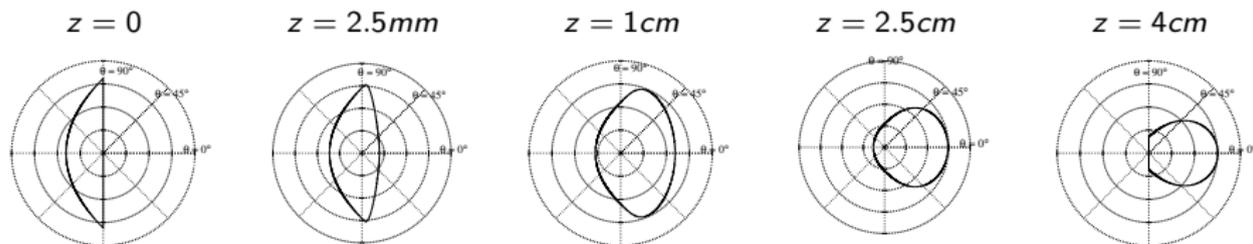
Solution analytique pour la luminance et l'irradiance

Résultats : incidence collimatée normale

Champs d'irradiance G



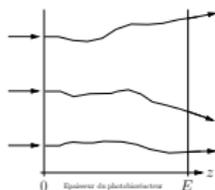
Distribution angulaire de la luminance $I^{(1)}$ des photons ayant vécu une diffusion



Résultats

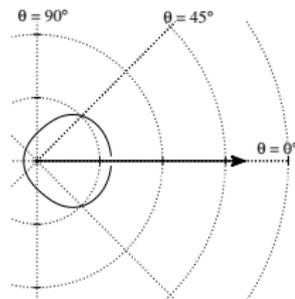
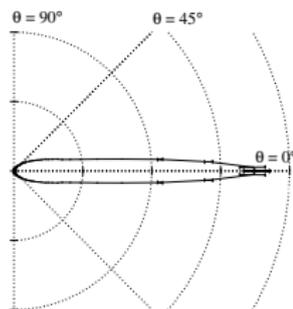
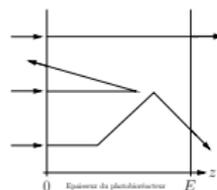
Problème initial :

- $e_d = E/\lambda_d \simeq 20$
- $\alpha_s \simeq 0.86$
- $g \simeq 0.95$



Problème de transport équivalent :

- $e_d^* \simeq 1$
- $\alpha_s^* \simeq 0.25$
- Fonction de phase isotrope



Distribution angulaire de la luminance en $z = 3\text{cm}$: à gauche, solution de référence par MMC ; à droite, approximation de la diffusion simple dans le problème de transport équivalent

Plan de la présentation

- 1 Introduction
 - Contexte
 - Configurations radiatives adressées
- 2 Problème de transport équivalent
- 3 Approximation de la diffusion simple
- 4 Approximation P1
 - Résolution directe
 - Séparation des populations balistiques et diffuses
- 5 Conclusion

Approximation P1

$$I(z, \omega) = A(z) [1 + C(z) \cos(\theta)]$$

Une fois injecté dans l'ETR, et après intégration sur les directions de propagation, on obtient l'équation de diffusion

$$-D \partial_z^2 G(z) = -k_a G(z)$$

où le coefficient de diffusion macroscopique est

$$D = \frac{1}{3 k_{\text{ext}} (1 - \alpha_s g)} = \frac{1}{3 k_{\text{ext}}^*}$$

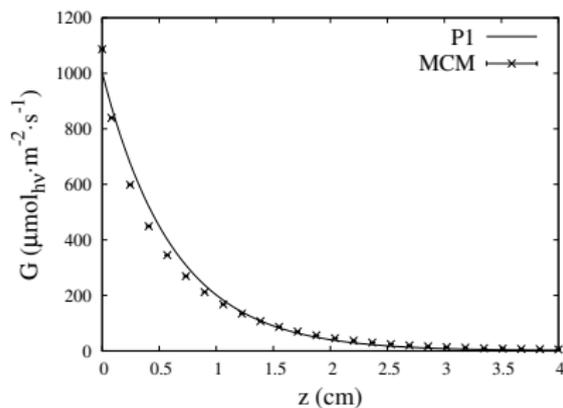
Conditions aux limites de Marshak :

$$[G \pm \mathcal{L} \partial_z G] = \mathcal{B}$$

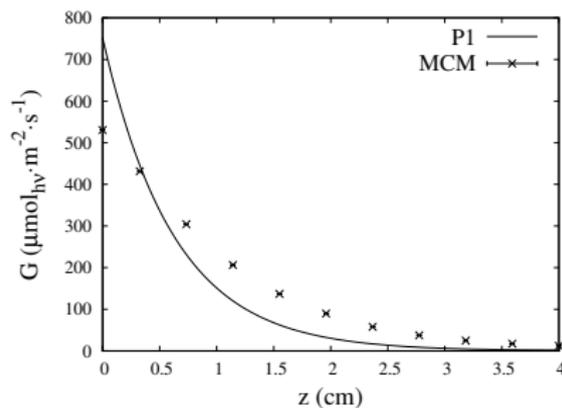
A. Ishimaru, Wave Propagation and Scattering in Random Media, John Wiley & Sons, 1999

Résultats par résolution directe

Incidence Lambertienne

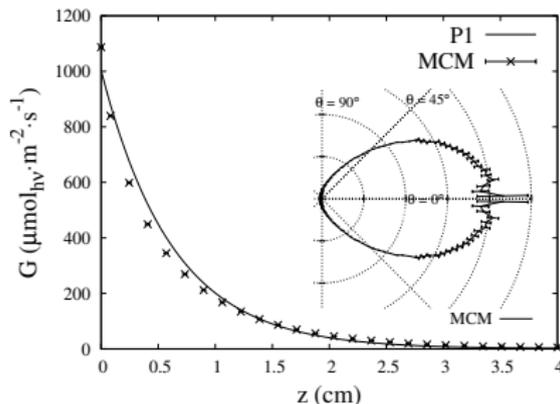


Incidence collimatée

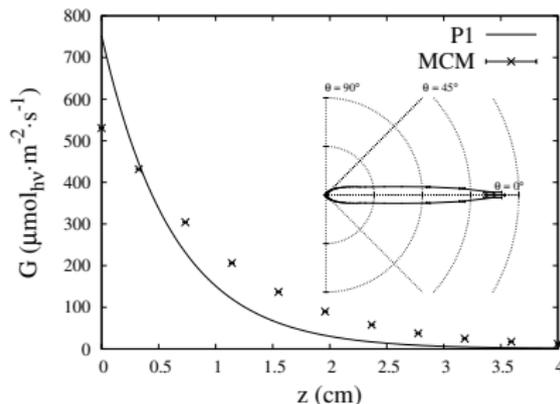


Résultats par résolution directe

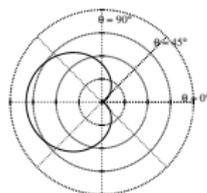
Incidence Lambertienne



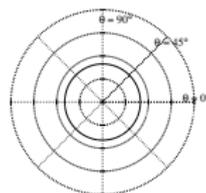
Incidence collimatée



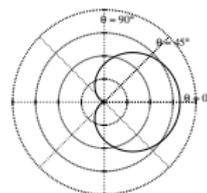
$$I(z, \omega) = A(z) [1 + C(z) \cos(\theta)]$$



$C(z) = -1$

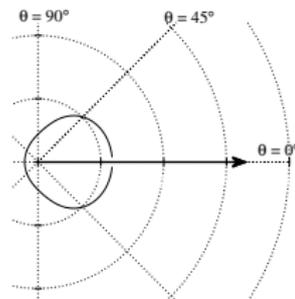
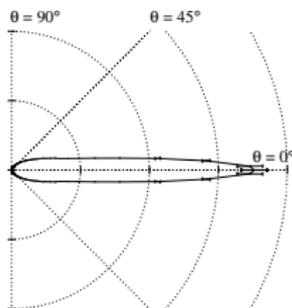


$C(z) = 0$

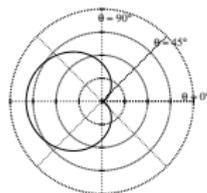


$C(z) = 1$

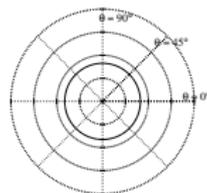
Séparation des populations balistiques et diffusives dans le problème de transport équivalent



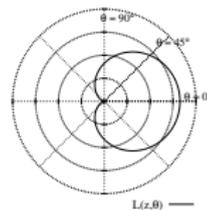
$$I(z, \omega) = A(z) [1 + C(z) \cos(\theta)]$$



$$C(z) = -1$$



$$C(z) = 0$$



$$C(z) = 1$$

Séparation des populations balistiques et diffuses dans le problème de transport équivalent

$$G(z) = G^{(0)}(z) + G^{(1)}(z) + G^{(2)}(z) + G^{(3)}(z) + \dots$$

Balistiques : solution rigoureuse

$$G^{(0)}(z) = q_{\text{in}} / \mu_i \exp(-k_{\text{ext}}^* z / \mu_i)$$

Population diffuse : approximation P1

$$-D \partial_z^2 G^{(d)}(z) = -k_a G^{(d)}(z) + k_d^* G^{(0)}(z)$$

Solution analytique pour l'irradiance et la luminance

M.F. Modest, Radiative Heat Transfer Second ed., Academic Press, 2003

Séparation des populations balistiques et diffuses dans le problème de transport équivalent

$$G(z) = G^{(0)}(z, \omega) + G^{(d)}(z, \omega), \quad \text{où } G^{(d)}(z, \omega) = \sum_{j=1}^{+\infty} G^{(j)}$$

Balistiques : solution rigoureuse

$$G^{(0)}(z) = q_{\text{in}} / \mu_i \exp(-k_{\text{ext}}^* z / \mu_i)$$

Population diffuse : approximation P1

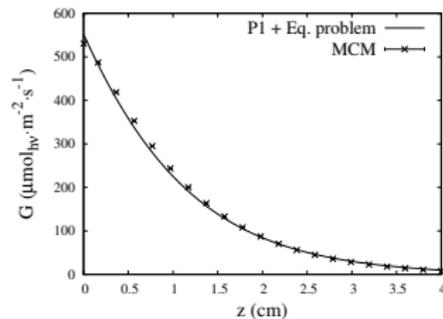
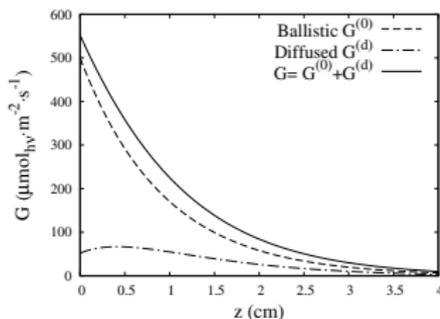
$$-D \partial_z^2 G^{(d)}(z) = -k_a G^{(d)}(z) + k_d^* G^{(0)}(z)$$

Solution analytique pour l'irradiance et la luminance

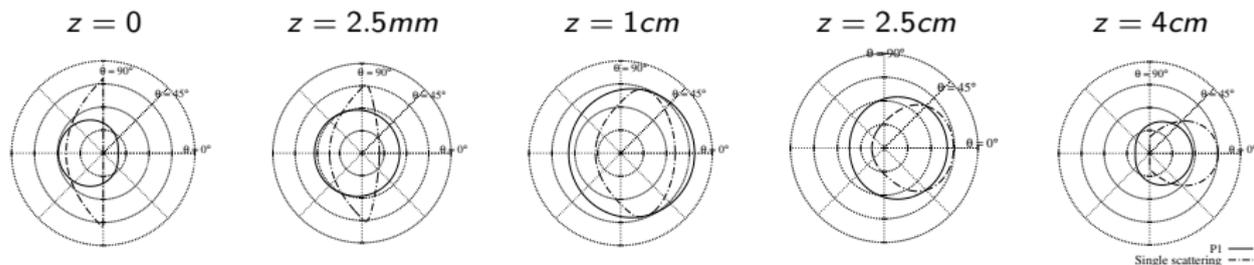
M.F. Modest, Radiative Heat Transfer Second ed., Academic Press, 2003

Résultats : incidence collimatée normale

Champs d'irradiance G



Distribution angulaire de la luminance $I^{(d)}$ des photons diffusés



Conclusion

- Approximation P1 pertinente à $e_d^* \simeq 1$
- Approximation de la diffusion simple pertinente à $e_d \simeq 20$

- Utilisation en ingénierie :
 - commande prédictive,
 - simulation des performances annuelles,
 - algorithmes d'optimisation.

- Approche zéro-variance dans les calculs de référence par Monte Carlo en géométrie complexe.

- Paramétrisations radiatives dans les GCM ?

Pour plus de détails : Dauchet et al., Chap. 1 in *Advances in photobioreactor engineering*, Advances in Chemical Engineering book series, Elsevier, sous presse.